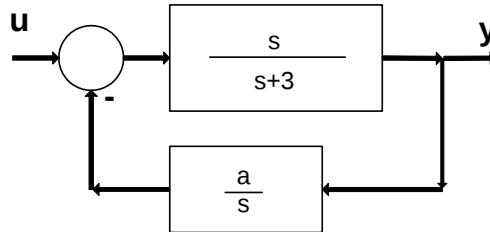


CCS 2009 2. Zh

1 Gyakorlat - 25p

1. Tekintsük a következő rendszert:



Az a paraméter milyen értékeinél lesz a zárt kör (asszimptotikusan) stabilis (3p)?

MO: $H(s) = \frac{\frac{s}{s+3}}{1 + \frac{s}{s+3} \frac{a}{s}} = \frac{s}{s+3+a} \rightsquigarrow$ stabil ha $a > -3$

2. Legyen

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1 + 2x_2 \\ \dot{x}_2 &= -3x_1 - x_2\end{aligned}$$

Ljapunov függvénye-e a rendszernek $V(x) = 3x_1^2 + 2x_2^2$ (2p)?

MO:

$$V(x) > 0, \quad \frac{dV}{dx} = [6x_1 \quad 4x_2] \rightsquigarrow \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \frac{dx}{dt} = -6x_1^2 + 12x_1x_2 - 12x_1x_2 - 4x_2^2 \rightsquigarrow \frac{dV}{dt} < 0$$

3. Legyen

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad C = (0 \quad 1)$$

(a) Tervezzon állapotviszacsatolást a rendszerhez, mely a rendszer pólusait a $[-2 \ -2]$ helyre mozgatja el! (4p)

(b) Ellenőrizze a megoldást a zárt kör pólusainak meghatározásával! (1p)

MO:

(a) Pl Ackermann:

$$K = [0 \quad 1]C^{-1}\phi(A) = [-3 \quad -3]$$

ahol

$$C = [B \quad AB] = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \rightsquigarrow C^{-1} = [B \quad AB]^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\varphi(s) = (s+2)(s+2) = s^2 + 4s + 4 \rightsquigarrow \phi(A) = A^2 + 4A + 4I = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(b)

$$\lambda_{(A-BK)} = [-2 \quad -2]$$

4. $\dot{x} = -x + 2u$ határozza meg azt az u bemenetet állapotviszacsatolás formájában ami minimalizálja a

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty x^T Q x + u^T R u \quad dt = \frac{1}{2} \int_0^\infty Q x^2 + R u^2 \quad dt$$

funkcionált, ahol $Q=2$, $R=1$ (4p)!

MO: A Ricatti-egyenlet:

$$KA + A^T K - KBR^{-1}BK + Q = -2K - 4K^2 + 2 = -4K^2 - 2K + 2 = 0$$

melynek gyökei: $[-1 \ 0.5]$ melyek közül a pozitív gyök adja az állapotviszacsatolás képletét $G = R^{-1}B^T K = 1$ alakban (tehát $u=-x$)

5. Legyen

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad C = (0 \quad 1)$$

Határozza meg a Φ mátrixot, ha a rendszert $T=\ln(2)$ mintavételi idővel diszkretizáljuk (5p)! $(x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k))$

MO:

$$\begin{aligned} (SI - A) &= \begin{pmatrix} s+3 & 0 \\ -2 & s+1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow (SI - A)^{-1} = \frac{1}{(s+3)(s+1)} \begin{pmatrix} s+1 & 0 \\ 2 & s+3 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{s+3} & 0 \\ \frac{2}{(s+3)(s+1)} & \frac{1}{s+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{s+3} & 0 \\ \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+3} & \frac{1}{s+1} \end{pmatrix} \rightsquigarrow e^{At} = \begin{pmatrix} e^{-3t} & 0 \\ e^{-t} - e^{-3t} & e^{-t} \end{pmatrix} \rightsquigarrow \\ \Phi = e^{At}|_{t=\ln(2)} &= \begin{pmatrix} 1/8 & 0 \\ 1/2 - 1/8 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/8 & 0 \\ 3/8 & 1/2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$